EXAMEN PARCIAL DE CALCULO NUMERICO (MB535)

- **SOLO SE PERMITE EL USO DE UNA HOJA DE FORMULARIO**
- **ESCRIBA CLARAMENTE SUS PROCEDIMIENTOS**

Problema 1

La resistencia de un conductor eléctrico cuya sección es un cilindro hueco se puede calcular con la siguiente fórmula:

$$R = \frac{4\rho L}{\pi\left(D_2^2 - D_1^2\right)}$$

Se tiene las siguientes medidas aproximadas:

R: Resistencia (Ohmios)
L: Longitud (1000 metros)
ρ : Resistividad del conductor (0.028 ohmio-mm^2/m)
D_2 : Radio exterior (2.2 mm)
D_1: Radio interior (2 mm)

Considere la constante π = 3.1416

a) ¿Cuál es el error permisible con que deben ser medidos los parámetros, si se desea obtener el valor de R con un error no mayor de 5%?

b) ¿Cómo se almacenará el valor aproximado de R en un sistema de punto flotante hipotético según la norma IEEE-754? (16 bits, signo (1), exponente (5), mantisa (10), exceso (15)); exprése lo en su forma decimal y binaria.

Solución

a)

$$\xi_R \le \left|\frac{\partial R}{\partial \rho}\right|\xi_\rho + \left|\frac{\partial R}{\partial L}\right|\xi_L + \left|\frac{\partial R}{\partial D_2}\right|\xi_{D2} + \left|\frac{\partial R}{\partial D_1}\right|\xi_{D1}$$

Por principio de igual efecto

$$\xi_\rho \le \frac{\xi_R}{4\left|\frac{\partial R}{\partial \rho}\right|} = 3.5000\text{e-}004$$

$$\xi_L \le \frac{\xi_R}{4\left|\frac{\partial R}{\partial L}\right|} = 12.5000$$

$$\xi_{D_2} \le \frac{\xi_R}{4\left|\frac{\partial R}{\partial D_2}\right|} = 0.0024$$

$$\xi_{D_1} \le \frac{\xi_R}{4\left|\frac{\partial R}{\partial D_1}\right|} = 0.0026$$

b)

$$R = \frac{4\rho L}{\pi\left(D_2^2 - D_1^2\right)} = 42.4413 \approx 101010.01110_2 = 42.4375$$

Normalizando:

$101010.01110_2 = 1.101001110_2 x 2^5$

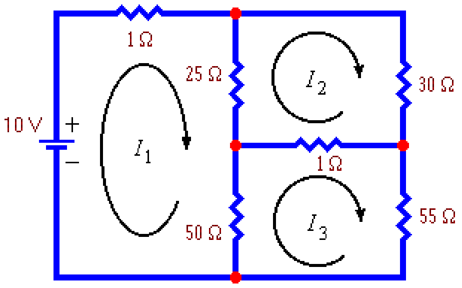
e-15=5

e=20=10100

0	10100	101001110

Problema 2

Dado el siguiente diagrama de una red eléctrica constituida por baterías, cables y resistencias.



a) Plantear el sistema de ecuaciones lineales.

Nota.- Utilice Ley de Kirchhoff y Ley de Ohm
RI = **V** (Expresión matricial de la ley de Ohm)

b) Resolver utilizando factorización LU por Doolittle

Solución

a) El sistema de ecuaciones en forma matricial sería: **RI** = **V** (Expresión matricial de la ley de Ohm), en donde:

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 76 & -25 & -50 \\ -25 & 56 & -1 \\ -50 & -1 & 106 \end{pmatrix} \quad \mathbf{I} = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} \quad \mathbf{V} = \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{pmatrix}$$

b)

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 76 & -25 & -50 \\ -25 & 56 & -1 \\ -50 & -1 & 106 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} 76 & -25 & -50 \\ 0 & \frac{3631}{76} & \frac{-663}{38} \\ 0 & 0 & \frac{242310}{3631} \end{pmatrix} \quad \mathbf{L} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{-25}{76} & 1 & 0 \\ \frac{-50}{76} & \frac{-1326}{3631} & 1 \end{pmatrix}$$

Una vez obtenida la descomposición LU**, el problema planteado** RI = V**, se resuelve como** LUI = V**, reemplazando** y = UI**, para resolver primero el sistema de ecuaciones**

(1) **Ly** = **V** y después
(2) **UI** = **y**

I_1=0.245, I_2=0.111 y I_3=0.117

Problema 3

El flujo de corriente eléctrica en un circuito RLC, para determinados valores de la resistencia R, la inductancia L y la capacitancia C, viene dado por la expresión:

$$i(t) = 10e^{-t/2}\cos(3t) \text{ (miliamperios)}$$

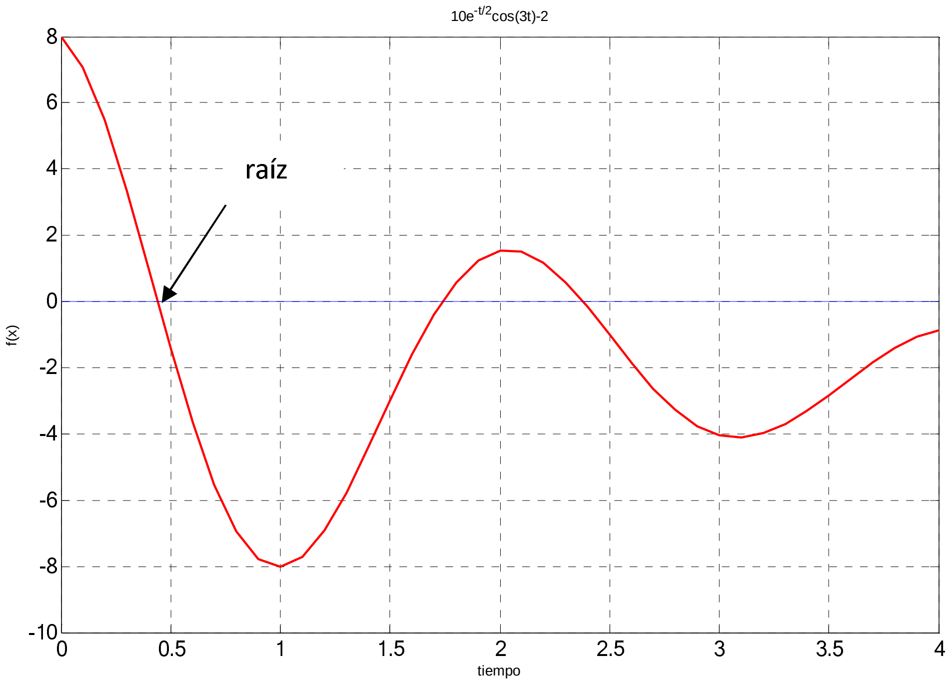
a) Determine un valor aproximado del primer instante donde la corriente es de 2 miliamperios. Sólo efectué localización.
b) Para el ítem a) considere el ancho intervalo inicial igual a 0.3 seg. usando el método de Falsa Posición (Bisección), aproxime la solución con 4 c.d.e. (3 c.d.e). Reporte sus resultados parciales en cada iteración: it a b x fa fx error

Nota.-
solo elegir un método.
En el caso de Bisección elegir intervalo inicial igual a 0.1 seg.
En el caso de Falsa Posición tome como error inicial=e_0=1 en cada etapa
e_i= $|x_{i+1}-x_i|$, i=1,2,…..Las iteraciones (it) deben empezar en 0.
c.d.e = cifras significativas exactas.

c) Para el ítem a) ¿Es posible encontrar el algoritmo del punto fijo cercano al tiempo inicial de 0.5 seg.? Justifique su respuesta.

Solución

a) $f(t) = 10e^{-t/2}\cos(3t) - 2 = 0$



De localización gráfica se estima t->0.4

b)

Método de Falsa posición con b-a=0.3 e0=1

it	a	b	x	e
0	0.300000	0.600000	0.442900	1.0000e+000
1	0.300000	0.442900	0.439614	0.3286e-002
2	0.439614	0.442900	0.439657	0.4245e-004
3	0.439614	0.439657	0.439657	0.1714e-007

Método de Bisección com b-a=0.1 tol = 0.5e-3

It.	a	x	b	f(a)	f(x)	abs(b-a)/2
0	0.400000	0.450000	0.500000	0.966734	-0.251196	5.000e-002
1	0.400000	0.425000	0.450000	0.966734	0.356967	2.500e-002
2	0.425000	0.437500	0.450000	0.356967	0.052468	1.250e-002
3	0.437500	0.443750	0.450000	0.052468	-0.099495	6.250e-003
4	0.437500	0.440625	0.443750	0.052468	-0.023543	3.125e-003
5	0.437500	0.439063	0.440625	0.052468	0.014456	1.562e-003
6	0.439063	0.439844	0.440625	0.014456	-0.004546	7.812e-004
7	0.439063	0.439453	0.439844	0.014456	0.004955	3.906e-004

Tolerancia cumplida.
Resultado final: Raiz = 0.439453

c)

Método del punto fijo

$$g(x)=\frac{a\cos(0.2e^{t/2})}{3}$$

$$g'(x)=\left|\frac{-e^{t/2}}{6\sqrt{25-\left(e^{t/2}\right)^2}}\right|$$

g'(0.5) =0.044<1

Por lo que el método converge para la raíz que está cercana al valor de 0.5.

Problema 4

Desarrolle una función en Matlab que encuentre una matriz A de orden nxn, donde sus elementos son números enteros aleatorios de un dígito, de tal manera que usando el método de Jacobi sea convergente para el sistema Ax=b.

Considere: ite-> Numero de iteraciones, ro->Radio espectral de T.

Complete las líneas faltantes.

```
function [A,ite,ro]=buscar(n)

clc; ite=0; encontro=____;
while (~encontro)

   ite=________________; A=__________________________;

   D=_____________________ ;L=__________________;U=________________;
   if (det(D)==0)

      _______________;
   end

   T=_______________;ro=_________________;
   if (ro<1)

      encontro=_____;
   end
   end
```

Solución

```
function [A,ite,ro]=buscar(n)
clc; ite=0; encontro=0;
while (~encontro)
    ite=ite+1; A=round(rand(n)*9);
    D=diag(diag(A));L=tril(-A,-1);U=triu(-A,1);
    if (det(D)==0)
         continue
    end
    T=(inv(D))*(L+U);
    ro=max(abs(eig(T)));
    if (ro<1)
         encontro=1;
    end
end
```